

Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 4. März 2010



- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Die Lösungen der Aufgaben 1, 7, 9, 10, 11, 12 und 13 müssen begründet werden.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Mathemagisch

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Tu es magicien. Tu présentes 3 jetons à un spectateur.

Ces trois jetons ont chacun une face noire et une face colorée : rouge pour l'un, verte pour un autre et bleue pour le dernier.

Les 3 jetons sont alignés, leurs faces colorées sont visibles.

Tu demandes au spectateur de choisir secrètement l'une des 3 couleurs. Pendant ce temps, tu regardes bien la couleur du jeton qui se trouve au milieu.

On te bande les yeux.

Tu demandes au spectateur d'échanger les jetons des couleurs qu'il n'a pas choisies, puis de retourner les 3 jetons. Ils présentent maintenant leurs faces noires.

On t'enlève le bandeau. Tu demandes au spectateur de déplacer les jetons comme il le souhaite, mais tu ne quittes pas des yeux celui qui se trouvait au milieu.

Tu retournes alors un jeton, puis tu annonces la couleur du jeton choisi par le spectateur.

Comment fais-tu?

Eres un mago. Enseñas 3 fichas a un espectador.

Las tres fichas tienen una cara negra y otra coloreada: una en rojo, otra en verde y la última en azul.

Las 3 fichas están alineadas y sus caras coloreadas visibles.

Le pides al espectador que elija uno de los 3 colores en secreto. Mientras tanto, miras bien el color de la ficha de en medio.

Te vendan los ojos. Le pides al espectador que intercambie las fichas con los colores que no ha elegido y que luego le de la vuelta a las 3 fichas.

Aparecen ahora sus caras negras.

Te quitan la venda. Le pides al espectador que mueva las fichas como quiera, pero no le quitas ojo a la que estaba en medio.

Entonces le das la vuelta a una ficha y anuncias el color de la ficha elegida por el espectador.

Cómo lo has hecho?



You are a magician. You show a volunteer from the audience 3 tokens.

The three tokens each have a black side and a coloured side : red for one, green for another and blue for the last one.

The 3 tokens are laid in a line with their coloured sides showing and the black side down.

You ask your volunteer to choose one of the three colours and keep his choice secret. You make sure that you have noticed the colour of the middle token.

You are now blindfolded. You ask your volunteer to change round the positions of the colours he has not chosen and then to turn the 3 tokens over. You now see the black sides.

The blindfold is removed. You ask your volunteer to move the tokens around as he likes but you keep your eyes on the one which was in the middle.

You turn one token over and then you announce the colour of the token chosen by your volunteer.

How do you do it?

Tu sei un mago. Mostri 3 gettoni a uno spettatore.

Questi gettoni hanno tutti una faccia nera e una colorata: rossa, verde e blu.

I tre gettoni sono allineati in modo che le facce colorate siano visibili.

Domandi allo spettatore di scegliere mentalmente uno dei 3 colori, mentre memorizzi il colore del gettone centrale.

Subito dopo, ti bendano gli occhi e tu chiedi allo spettatore di scambiare i gettoni dei colori non scelti, capovolgendoli, poi, tutti e tre. Così i gettoni presentano tutti la faccia nera.

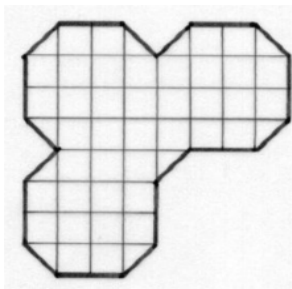
Tolta la benda, chiedi allo spettatore di spostare i gettoni come preferisce e continui a tenere lo sguardo fisso sul gettone che era centrale.

A questo punto giri un gettone e annunci il colore che aveva scelto lo spettatore.

Come hai ragionato per scoprire il colore scelto dallo spettatore?

Aufgabe 2 5 Punkte

Jeder an seinem Platz



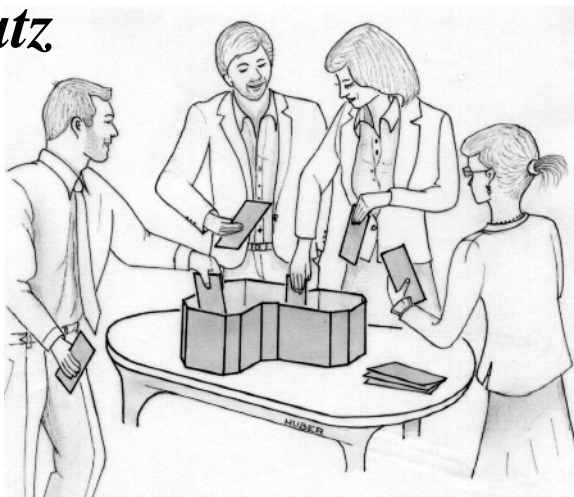
Grundriss der Arbeitsfläche

In seinen neuen Geschäftsräumen möchte Herr Schmitt auf der in dem nebenstehenden Grundriss dargestellten Arbeitsfläche vier Büros für seine jungen, dynamischen Führungskräfte einrichten.

Da er alle gleich behandeln will, möchte er ihnen Büros gleicher Größe und gleicher Form geben.

Wie kann man die Fläche durch Trennwände so aufteilen, wie Herr Schmitt es sich vorstellt?

Übertrag den Plan mit den Trennwänden auf das Antwortblatt.



Aufgabe 3 7 Punkte

Eckstein

Architekt Moitep präsentiert seinem Pharao die Pläne einer Pyramide.

Die Pyramide ist regelmäßig und misst in der Höhe 140 m. Die quadratische Grundfläche hat die Seitenlänge 220 m.

Die Steinblöcke, aus denen das Bauwerk bestehen soll, sind 70 cm hoch. Sie sollen in 200 horizontalen Schichten angeordnet werden, der Block an der Spitze ist pyramidenförmig.

Die Ecksteine, welche die Seitenkanten der Pyramide bilden, sind alle gleich: Die Grundfläche ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 1,10 m. Die Deckfläche ist ebenfalls quadratisch. Die vier Seitenflächen sind rechtwinklige Trapeze.

Zeichnet auf das Antwortblatt das Netz eines solchen Ecksteins im Maßstab 1:20.

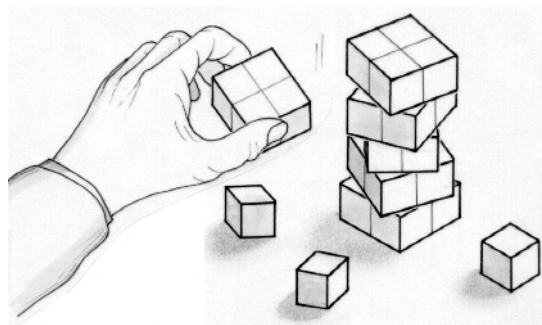


Aufgabe 4 5 Punkte

3D

Céline besitzt drei Würfel der Kantenlänge 2 cm, weiterhin sechs Quader mit den Abmessungen 4 cm x 4 cm x 2 cm. Jeder Körper hat eine andere Farbe.

Man kann aus diesen neun Körpern einen Würfel mit der Kantenlänge 6 cm zusammensetzen.



Zeichnet ein Schrägbild dieses Würfels und stellt dabei die sichtbaren Flächen der einzelnen Körper in unterschiedlichen Farben dar. Die verdeckten Kanten werden nicht eingezeichnet.

Aufgabe 5 7 Punkte

Auf Kurs

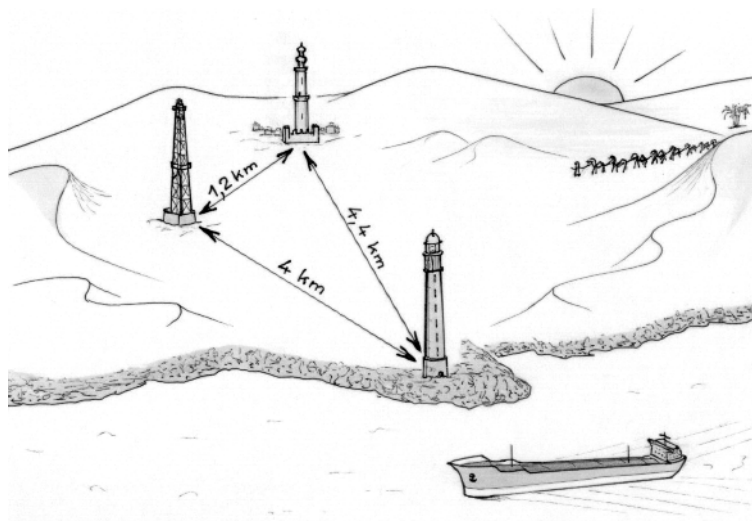
Kapitän Leguevel steht auf der Brücke eines Öltankers und steuert das Schiff in Küstennähe durch die ruhige See des Roten Meeres. Sein Schiff bleibt auf gleichem Kurs und fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 36 km/h.

Die Sicht ist ausgezeichnet. Der Kapitän sieht um 7:00 Uhr einen Leuchtturm in einer Linie vor einem Bohrturm. Um 7:05 Uhr verdeckt derselbe Leuchtturm ein Minarett und um 7:15 Uhr sieht er das Minarett genau hinter dem Bohrturm.

Kapitän Leguevel bestimmt die Abstände mit Hilfe seiner Seekarte:

Leuchtturm-Minarett 4,4 km, Leuchtturm-Bohrturm 4 km, Minarett-Bohrturm 1,2 km.

Zeichnet das Dreieck, das durch den Leuchtturm, das Minarett und den Bohrturm gebildet wird, im Maßstab 1:50000. Skizziert so genau wie möglich die Gerade ein, welche der Route des Tankers entspricht.



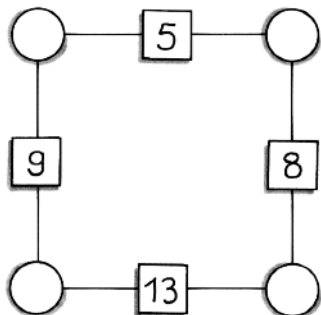
Aufgabe 6 5 Punkte

Farbige Zahlen

Jeder natürlichen Zahl wird eine der Farben Rot und Blau nach folgenden Regeln zugeordnet:

- Die Zahl Null ist blau.
- Wenn sich eine natürliche Zahl als Summe von **mindestens zwei** roten Zahlen schreiben lässt, **die alle verschieden sind**, so ist sie blau. Ansonsten ist sie rot.

Listet alle roten natürlichen Zahlen kleiner als 50 auf.



Aufgabe 7 7 Punkte

Nicht die 13

In die Kreise sollen natürliche Zahlen so eingesetzt werden, dass die Zahl in jedem der vier Quadrate gleich der Summe der beiden Zahlen in den benachbarten Kreisen ist. Man kann zeigen, dass dies mit den Zahlen in der Abbildung nicht möglich ist.

Durch welche Zahl muss man die Zahl 13 ersetzen, damit das Problem lösbar wird? Untersucht, ob das Problem dann eine oder mehrere Lösungen hat und begründet eure Antwort

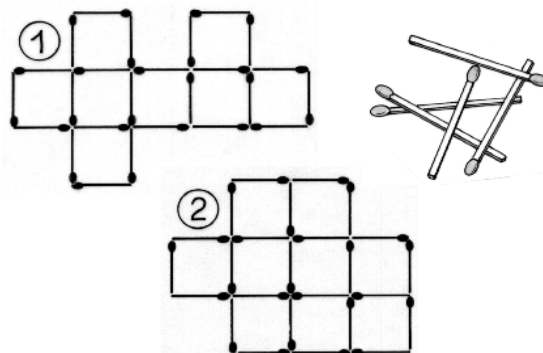
Aufgabe 8 5 Punkte

Streichholzquadrate

Legt man 25 Streichhölzer flach auf den Tisch, so kann man daraus wie in Abbildung 1 acht Einheitsquadrate legen (Einheit: 1 Streichholzlänge). Ordnet man sie nach Abb. 2 an, so erhält man neun Einheitsquadrate.

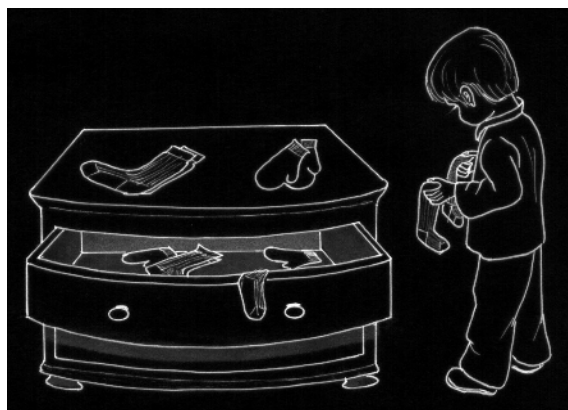
Findet eine Anordnung aus 100 Streichhölzern mit der maximalen Anzahl von Einheitsquadraten.

Stellt die Anordnung in einer Zeichnung dar.



Aufgabe 9 7 Punkte

Schwarzarbeit



Geoffrey Audoy ist sehr unordentlich: In der Schublade seiner Kommode befinden sich 5 Paar schwarze Socken, 5 Paar rote Socken, 3 Paar blaue Handschuhe und 3 Paar grüne Handschuhe.

An einem dunklen Wintermorgen, als Stromausfall herrscht, möchte Geoffrey ein Paar gleichfarbige Socken und ein Paar gleichfarbige Handschuhe herausnehmen.

Seine Hände sind so kalt, dass er Socken nicht von Handschuhen unterscheiden kann.

Wie groß ist die kleinste Anzahl an Gegenständen, die Geoffrey aus der Schublade herausnehmen muss, um sicher zu sein, mindestens ein Paar gleichfarbige Socken und ein Paar gleichfarbige Handschuhe zu erwischen? Begründet.

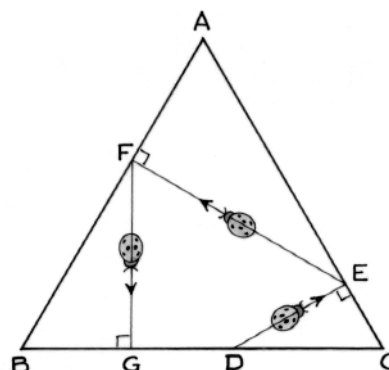
Achtung: Im Gegensatz zu den Handschuhen gibt es weder linke noch rechte Socken.

Aufgabe 10 10 Punkte

Käferwanderung

Ein Käfer spaziert durch ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 12 cm. Er startet im Punkt D auf der Seite BC und krabbelt auf kürzestem Weg zur Seite AC, die er im Punkt E erreicht. Danach wählt er den kürzesten Weg zur Seite AB und erreicht diese im Punkt F. Von dort begibt er sich auf dem kürzesten Weg zur Seite BC und kommt so im Punkt G an.

Wie muss der Startpunkt D gewählt werden, damit Startpunkt D und Zielpunkt G zusammenfallen? Begründet eure Antwort.



Klassenstufe 11

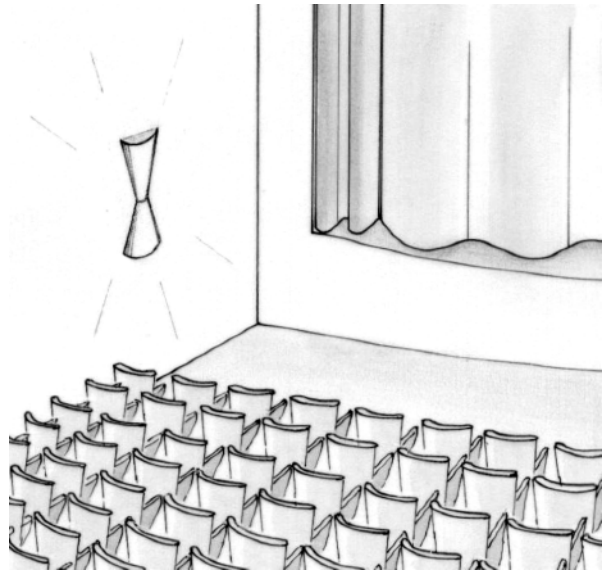
Aufgabe 11 5 Punkte

Mal so, mal so

Die Stadt Fiestacity verfügt über einen schönen Saal, der auf drei Arten bestuhlt werden kann. Immer sind die Sitze in der Form eines Rechtecks angeordnet, wobei jede Reihe die gleiche Anzahl von Sitzen aufweist.

Wenn man in der ursprünglichen Anordnung die erste Reihe entfernt, kann man in den restlichen Reihen jeweils vier Sitze hinzufügen, ohne dass sich die Gesamtzahl der Plätze ändert. Man kann der ursprünglichen Anordnung aber auch vier Reihen hinzufügen. Auch hier ändert sich die Gesamtzahl der Plätze nicht, aber es stehen dann in jeder Reihe elf Sitzplätze weniger zur Verfügung.

Wie viele Sitzplätze gibt es in diesem Saal? Begründet.



Aufgabe 12 7 Punkte

Wer gewinnt?

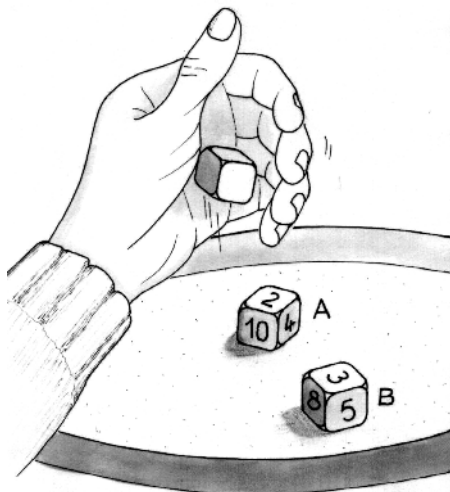
An einem verregneten Nachmittag basteln sich Anton und Barbara Spielwürfel, die etwas seltsam beschriftet sind. Die Zahlen auf gegenüber liegenden Seitenflächen sind jeweils gleich. Antons Würfel trägt die Zahlen 2, 4 und 10, der von Barbara die Zahlen 3, 5 und 8.

Sie werfen ihre Würfel gleichzeitig, die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Zahl oben liegt ist für alle Zahlen gleich. Wer die größere Zahl würfelt gewinnt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Anton? Begründet.

Ihre Schwester Christine kommt dazu und stellt ihnen folgende Aufgabe: Bastelt mir einen Würfel, derselben Art, aber mit drei anderen Zahlen. Gegen Anton sollen meine Gewinnchancen weniger als 50% und gegen Barbara mehr als 50% betragen.

Gebt ein Beispiel an, das diese Anforderungen erfüllt.



Aufgabe 13 10 Punkte

Denk' ich an China ...

Lauralie hat eine Freundin, die in China lebt. Sie besitzt ein Bild von ihr, das sie in Landestracht mit einer schönen Haube zeigt. Versunken in Gedanken an ihre kommende Chinareise, faltet Lauralie ein rechteckiges Blatt Papier einmal und erhält so ein Fünfeck mit einer Symmetrieachse. Es ähnelt in seiner Form der Haube ihrer Freundin.

Faltet ein solches Fünfeck aus einem 12 cm breiten Blatt. Berechnet die Länge des Blattes, so dass die Höhe h des Fünfecks mit der Länge d seiner Grundseite übereinstimmt.

Klebt das gefaltete Rechteck unter die Rechnung auf das Antwortblatt.

